УДК 512.542

# О ПОСТРОЕНИИ π-КЛАССОВ ШУНКА КОНЕЧНЫХ π-РАЗРЕШИМЫХ ГРУПП

**Т.И. Васильева, А.И. Прокопенко**

*Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Беларусь*

# ON THE CONSTRUCTION OF π-SCHUNK CLASSES OF FINITE π-SOLUBLE GROUPS

**T.I. Vasil'eva, A.I. Prokopenko**

*Belarusian State University of Transport, Gomel, Belarus*

В работе приведена серия π-разрешимых нормализаторных подгрупповых функторов. Построены новые примеры π-классов Шунка конечных π-разрешимых групп.

***Ключевые слова***: *конечная группа, π-разрешимая группа, π-класс Шунка, нормализаторный подгрупповой функтор.*

A series of π-soluble normalizer subgroup functors is given in this work. New examples of π-Schunk classes of finite π-soluble groups are constructed.

***Keywords***: *finite group, π-soluble group, π-Schunk class, normalizer subgroup functor.*

***Введение***

Подгрупповые функторы, т. е. функции, согласованные с изоморфизмами групп и выделяющие в группах некоторые системы подгрупп, тесно связаны с классами групп. В монографии [1] А.Н. Скибой метод подгрупповых функторов применен для изучения свойств локальных формаций, замкнутых относительно систем подгрупп, выделяемых подгрупповыми функторами. С.Ф. Каморниковым и М.В. Селькиным в [2] подгрупповые функторы использовались для нахождения свойств классов Шунка.

Важную роль среди подгрупповых функторов играют транзитивные регулярные подгрупповые функторы, простейшими из которых являются функторы, выделяющие в каждой конечной группе $G$ множество $S(G)$ всех ее подгрупп; множество $sn(G)$ всех ее субнормальных подгрупп; множество $\{G\}$.

В работе [3] было предложено функторное обобщение введенного Манном [4] понятия $X$-нормальной подгруппы конечной группы. Приведенная в [3] новая серия транзитивных регулярных подгрупповых функторов, а именно: нормализаторных – была использована для построения в разрешимых группах классов Шунка.

В настоящей работе найдены π-разрешимые нормализаторные подгрупповые функторы, с помощью которых в π-разрешимых группах строятся π-классы Шунка.

***1 Предварительные результаты***

Рассматриваются только конечные группы.

Используются обозначения и определения из [5], [6]. Через $\pi$ обозначается некоторое множество простых чисел, $\pi'$ – дополнение к $\pi$ во множестве всех простых чисел, $\mathfrak{S}^{\pi}$ – класс всех $\pi$-разрешимых групп. Пусть $\mathfrak{X}$ – класс групп. Подгруппа $H$ группы $G$ называется $\mathfrak{X}$-проектором группы $G$, если $HN/N$ является максимальной $\mathfrak{X}$-подгруппой в $G/N$ для любой нормальной подгруппы $N$ из $G$. Класс Шунка – это непустой гомоморф $\mathfrak{X}$, для которого из условия $G/\mathrm{Core}_G(M)\in\mathfrak{X}$ для любой максимальной подгруппы $M$ из $G$ всегда следует, что $G\in\mathfrak{X}$. Класс групп $\mathfrak{X}$ называется $\pi$-классом, если из $G/O_{\pi'}(G)\in\mathfrak{X}$ следует, что $G\in\mathfrak{X}$.

Отображение $\tau$, которое ставит в соответствие каждой группе $G$ некоторую непустую систему $\tau(G)$ ее подгрупп, называется подгрупповым функтором [2], если $(\tau(G))^{\alpha}=\tau(G^{\alpha})$ для любого изоморфизма $\alpha$ группы $G$. Подгрупповой функтор $\tau$ называется [2]: 1) транзитивным, если из $S\in\tau(H)$ и $H\in\tau(G)$ следует, что $S\in\tau(G)$ для любой группы $G$; 2) регулярным, если $(\tau(A))^{\varphi}\subseteq\tau(B)$ и $(\tau(B))^{\varphi^{-1}}\subseteq\tau(A)$ для любого эпиморфизма $\varphi: A\to B$.

***Определение* 1.1** [3]. *Пусть $\tau$ – подгрупповой функтор. Подгруппа $R$ группы $G$ называется $\tau$-нормализатором подгруппы $H$ в $G$* (*обозначается $N_G^{\tau}(H)$*), *если выполняются следующие условия*:

1) $H\in\tau(R)$;

2) *для подгруппы* $L$ *группы* $G$ *из* $H \in \tau(L)$ *всегда следует* $L \subseteq R$.

Подгрупповой функтор $\tau$ называется нормализаторным [3], если всякая подгруппа группы $G$ обладает $\tau$-нормализатором в $G$.

Заметим, если $\tau = Sn$ – нормальный подгрупповой функтор, т. е. подгрупповой функтор, который в каждой группе выделяет все ее нормальные подгруппы, то всякая подгруппа группы обладает $\tau$-нормализатором, так как в этом случае $N_G^{Sn}(H) = N_G(H)$. Если $\tau = sn$ – субнормальный подгрупповой функтор, т. е. подгрупповой функтор, который в каждой группе выделяет все ее субнормальные подгруппы, то существуют не обладающие $sn$-нормализаторами подгруппы группы [7].

***Лемма* 1.2** [3, лемма 1]. *Пусть* $\tau$ *– подгрупповой функтор*, $H$ *– подгруппа группы* $G$. *Тогда* $N^{\tau}_{G^{\alpha}}(H^{\alpha}) = (N_G^{\tau}(H))^{\alpha}$ *для любого изоморфизма* $\alpha$ *группы* $G$.

***Определение* 1.3** [3]. *Пусть* $\tau$ *– подгрупповой функтор. Подгруппа* $H$ *группы* $G$ *называется* $X_{\tau}$*-нормальной в* $G$, *если либо* $H = G$, *либо для любого эпиморфизма* $\varphi$ *группы* $G$ *такого, что* $H^{\varphi} \neq G^{\varphi}$, в $G^{\varphi}$ *найдется собственная подгруппа, содержащая* $H^{\varphi}$ *и принадлежащая* $\tau(G^{\varphi})$.

Через $\tau^*$ обозначается отображение, которое ставит в соответствие каждой группе $G$ множество $\tau^*(G)$ всех $X_{\tau}$-нормальных в $G$ подгрупп.

***Лемма* 1.4** [3, лемма 2]. *Пусть* $\tau$ *– подгрупповой функтор и* $G$ *– группа. Тогда справедливы следующие утверждения*:

1) $\tau^*$ *– подгрупповой функтор*;

2) *если* $\tau_1$ *– подгрупповой функтор и* $\tau_1(G) \subseteq \tau(G)$, *то* $\tau_1{}^*(G) \subseteq \tau^*(G)$;

3) *если* $(\tau(G))^{\varphi} \subseteq \tau(G^{\varphi})$ *для любого эпиморфизма* $\varphi$ *группы* $G$, *то* $\tau(G) \subseteq \tau^*(G)$.

***Лемма* 1.5** [3, лемма 3]. *Пусть* $\tau$ *– регулярный подгрупповой функтор и* $N$ *– нормальная подгруппа группы* $G$. *Тогда*:

1) *если* $H$ *и* $R$ *– подгруппы группы* $G$ *такие, что* $H \subseteq R$ *и* $H \in \tau^*(R)$, *то* $HN/N \in \tau^*(RN/N)$;

2) *если* $N \subseteq H$ *и* $H/N \in \tau^*(G/N)$, *то* $H \in \tau^*(G)$.

***Лемма* 1.6** [3, лемма 4]. *Если* $\tau$ *– регулярный подгрупповой функтор, то* $\tau^*$ *– транзитивный регулярный подгрупповой функтор.*

## 2 Построение $\pi$-классов Шунка в $\pi$-разрешимых группах

***Лемма* 2.1.** *Пусть* $\tau$ *– регулярный подгрупповой функтор. Тогда справедливы следующие утверждения*:

1) *если подгруппа* $H$ *группы* $G$ *обладает* $\tau$*-нормализатором и* $\tau^*$*-нормализатором, то* $N_G^{\tau}(H) \subseteq N_G^{\tau^*}(H)$;

2) *если* $M$ *– максимальная подгруппа группы* $G$ *и* $M \notin \tau(G)$, *то* $M = N_G^{\tau^*}(M)$.

*Доказательство.* 1) следует из леммы 1.4 и определения 1.1 ввиду того, что $H \subseteq N_G^{\tau}(H)$.

Установим справедливость 2). Так как по лемме 1.6 $\tau^*$ – регулярный подгрупповой функтор, то $M \in \tau^*(M)$.

Если $M \in \tau^*(L)$ для подгруппы $L$ группы $G$, то из $M \subseteq L$ и максимальности $M$ в $G$ получаем, что либо $L = M$, либо $L = G$. Случай $L = G$ невозможен, так как тогда из определения 1.3 следовало бы, что $M \in \tau(G)$. Таким образом, $L = M$ и $M = N_G^{\tau^*}(M)$. Лемма доказана.

Пусть $\pi$ – некоторое множество простых чисел. Будем говорить, что *подгрупповой функтор* $\tau$ *обладает* $\pi$*-свойством*, если для любой подгруппы $H$ группы $G$ из условия $H \cdot O_{\pi'}(G) \in \tau(G)$ всегда следует, что $H$ обладает $\tau^*$-нормализатором.

Подгрупповой функтор, рассматриваемый на $\pi$-разрешимых группах, называется $\pi$-разрешимым подгрупповым функтором.

***Теорема* 2.2.** *Пусть* $\pi$*-разрешимый регулярный подгрупповой функтор* $\tau$ *обладает* $\pi$*-свойством. Тогда* $\tau^*$ *–* $\pi$*-разрешимый нормализаторный транзитивный регулярный подгрупповой функтор*.

*Доказательство.* По лемме 1.6 $\tau^*$ – транзитивный регулярный подгрупповой функтор.

Пусть $G$ – $\pi$-разрешимая группа наименьшего порядка такая, что в ней существует подгруппа $H$, которая не обладает $\tau^*$-нормализатором в $G$. Если $H$ – $X_{\tau}$-нормальна в $G$, то $H \in \tau^*(G)$ и $G = N_G^{\tau^*}(H)$. Получаем противоречие. Поэтому $H$ не является $X_{\tau}$-нормальной в $G$.

Пусть $N$ – минимальная нормальная подгруппа группы $G$. Тогда $G/N \in \mathfrak{S}^{\pi}$ и $HN/N$ обладает $\tau^*$-нормализатором в $G/N$ по выбору $G$. Обозначим $K/N = N_{G/N}^{\tau^*}(HN/N)$.

Предположим, что $K \neq G$. Если $K/N \in \tau^*(G/N)$, то $HN/N \in \tau^*(G/N)$ ввиду транзитивности $\tau^*$. По определению 1.1 $G/N \subseteq K/N$. Тогда $G = K$. Получили противоречие. Поэтому $K/N \notin \tau^*(G/N)$. Тогда существует эпиморфизм $\varphi$ группы $G/N$ такой, что

$(K/N)^{\varphi} \neq (G/N)^{\varphi}$ и $(G/N)^{\varphi}$ не имеет собственных подгрупп, которые принадлежат $\tau((G/N)^{\varphi})$ и содержат $(K/N)^{\varphi}$. Обозначим $\operatorname{Ker}\varphi = D/N$. Ясно, что $KD \neq G$. Из $KD \in \mathfrak{S}^{\pi}$ следует существование $N_{KD}^{\tau^*}(H)$. Рассмотрим любую подгруппу $L$ из $G$ такую, что $H \in \tau^*(L)$. По 1) леммы 1.5 $HN/N \in \tau^*(LN/N)$. Из $K/N = N_{G/N}^{\tau^*}(HN/N)$ по определению 1.1 следует, что $LN/N \subseteq K/N$. Значит, $L \subseteq K \subseteq KD$. Отсюда и из $H \in \tau^*(L)$ вытекает $L \subseteq N_{KD}^{\tau^*}(H)$. Тем самым показано, что $N_{KD}^{\tau^*}(H) = N_G^{\tau^*}(H)$, что противоречит выбору $H$.

Пусть $K = G$. Тогда $HN/N \in \tau^*(G/N)$ для любой минимальной нормальной подгруппы $N$ группы $G$. Возможны два случая.

1. Существуют минимальные нормальные подгруппы $N$ группы $G$, для которых $G/N \neq HN/N$. Пусть $\psi$ – эпиморфизм группы $G$ такой, что $H^{\psi} \neq G^{\psi}$ и $\operatorname{Ker}\psi = S$. Тогда $HS/S \neq G/S$. Выберем в $S$ минимальную нормальную подгруппу $R$ группы $G$. Очевидно, что $HR/R \neq G/R$. Так как функтор $\tau^*$ является регулярным и $HR/R \in \tau^*(G/R)$ получаем, что $HS/S \in \tau^*(G/S)$. Таким образом, в $G/S$ найдется собственная подгруппа, которая принадлежит $\tau(G/S)$ и содержит $HS/S$. Следовательно, $H \in \tau^*(G)$, т. е. $G = N_G^{\tau^*}(H)$. Получили противоречие с выбором $H$.

2. Для любой минимальной нормальной подгруппы $N$ группы $G$ фактор-группа $G/N = HN/N$. Так как $H \neq G$, то $H$ содержится в некоторой максимальной подгруппе $M$ группы $G$ и $G = MN$. Заметим, что $\operatorname{Core}_G(M) = 1$.

Так как $G$ – $\pi$-разрешимая группа и $N$ – ее минимальная нормальная подгруппа, то $N$ является либо $\pi'$-группой, либо абелевой $p$-группой для некоторого простого числа $p \in \pi$.

Если $N$ – $\pi'$-группа, то $N \subseteq O_{\pi'}(G)$ и $H \cdot O_{\pi'}(G) = G \in \tau(G)$. Так как $\tau$ обладает $\pi$-свойством, в $G$ существует $\tau^*$-нормализатор подгруппы $H$. Это противоречит выбору $H$.

Пусть теперь $N$ является абелевой $p$-группой. Тогда $M \cap N = 1$ и $G = MN = HN$. Из $M = H$ по 2) леммы 2.1 следует противоречие с выбором $H$. Теорема доказана.

***Теорема* 2.3.** *Пусть $\pi$-разрешимый регулярный подгрупповой функтор $\tau$ обладает $\pi$-свойством. Если $H$ – подгруппа $\pi$-разрешимой группы $G$ и $N \trianglelefteq G$, то*

$$N_{G/N}^{\tau^*}(HN/N) = N_G^{\tau^*}(H)N/N.$$

*Доказательство.* Проведем доказательство индукцией по $|G|$. Обозначим $K = N_G^{\tau^*}(H)$ и $D/N = N_{G/N}^{\tau^*}(HN/N)$, они существуют по теореме 2.2. Из $H \in \tau^*(K)$ и 1) леммы 1.5 следует, что $HN/N \in \tau^*(KN/N)$. Тогда $KN/N \subseteq D/N$.

Покажем, что $D/N \subseteq KN/N$.

Пусть $D/N \neq G/N$. Так как $D \in \mathfrak{S}^{\pi}$, по индукции $N_{D/N}^{\tau^*}(HN/N) = N_D^{\tau^*}(H)N/N$. По 1) определения 1.1 $HN/N \in \tau^*(D/N)$. Из 2) определения 1.1 следует, что $D/N \subseteq N_{D/N}^{\tau^*}(HN/N)$. Откуда $D/N = N_{D/N}^{\tau^*}(HN/N)$. Из $H \in \tau^*(N_D^{\tau^*}(H))$ следует, что $N_D^{\tau^*}(H) \subseteq K$. Таким образом,

$$D/N = N_D^{\tau^*}(H)N/N \subseteq KN/N.$$

Пусть теперь $D = G$. В этом случае $HN/N \in \tau^*(G/N)$. Если $H \in \tau^*(G)$, то $K = N_G^{\tau^*}(H) = G$. Отсюда $D/N = KN/N$. Допустим, что $H \notin \tau^*(G)$. Тогда $H \neq G$ и найдется эпиморфизм $\varphi$ группы $G$ такой, что $H^{\varphi} \neq G^{\varphi}$ и $H^{\varphi}$ не содержится ни в одной собственной подгруппе группы $G^{\varphi}$, которая принадлежит $\tau(G^{\varphi})$. Обозначим $\operatorname{Ker}\varphi = R$. Тогда $HR/R \neq G/R$ и в $G/R$ нет собственных подгрупп, содержащих $HR/R$ и принадлежащих $\tau(G/N)$. Из того, что $HN/N \in \tau^*(G/N)$ и $\tau^*$ является регулярным подгрупповым функтором, заключаем, что

$$HN/N \cdot RN/N/RN/N \in \tau^*(G/N/RN/N).$$

Если $HNR \neq G$, то в $G/N/RN/N$ найдется собственная подгруппа $L/N/RN/N$, которая содержит $HN/N \cdot RN/N/RN/N$, причем $L/N/RN/N \in \tau(G/N/RN/N)$. Тогда $L \in \tau(G)$, откуда $L/R \in \tau(G/R)$. Получили противоречие с выбором $\varphi$, так как $HR/R \subseteq L/R \neq G/R$.

Значит, $HNR = G$. Пусть $B = HR$. Так как $HN/N \in \tau^*(G/N)$, то $BN/N = N_{BN/N}^{\tau^*}(HN/N)$. Пусть $\alpha$ – такой изоморфизм, что $(B/B \cap N)^{\alpha} = BN/N$. Тогда $(H(B \cap N)/B \cap N)^{\alpha} = HN/N$. По индукции подгруппа $N_{B/B\cap N}^{\tau^*}(H(B \cap N)/B \cap N) = N_B^{\tau^*}(H)(B \cap N)/B \cap N$. Для $B_1 = N_B^{\tau^*}(H)$ получаем, что $(B_1(B \cap N)/B \cap N)^{\alpha} = B_1N/N$. По лемме 1.2 $N_{BN/N}^{\tau^*}(HN/N) = B_1N/N$. Следовательно, $BN/N = B_1N/N$. Так как $H \in \tau^*(B_1)$, то $B_1 \subseteq K$.

Тогда $G/N = B_1N/N \subseteq KN/N$, т. е. $D/N = KN/N$. Теорема доказана.

Пусть $\mathfrak{X}$ – непустой класс групп, состоящий из $\pi$-разрешимых групп, и $\tau$ – $\pi$-разрешимый подгрупповой функтор. Обозначим класс групп

$$\mathfrak{X}^{\tau} = (G \in \mathfrak{S}^{\pi} \mid H \in \tau(G) \text{ для любого } \mathfrak{X}\text{-проектора } H \text{ группы } G).$$

***Теорема* 2.4.** *Пусть* $\mathfrak{X}$ – $\pi$*-класс Шунка, состоящий из* $\pi$*-разрешимых групп, и* $\pi$*-разрешимый регулярный подгрупповой функтор* $\tau$ *обладает* $\pi$*-свойством. Тогда справедливы следующие утверждения*:

1) $\mathfrak{X}^{\tau^*}$ *является* $\pi$*-классом Шунка*;

2) *если* $G$ – $\pi$*-разрешимая группа и* $H$ – *ее* $\mathfrak{X}$*-проектор, то* $N_G^{\tau^*}(H)$ *является* $\mathfrak{X}^{\tau^*}$*-проектором группы* $G$.

*Доказательство.* Покажем 1). Из леммы 1.5 вытекает, что класс $\mathfrak{X}^{\tau^*}$ является гомоморфом.

Пусть $G$ – $\pi$-разрешимая группа и $G/\mathrm{Core}_G(M) \in \mathfrak{X}^{\tau^*}$ для любой максимальной подгруппы $M$ из $G$. По теореме 2.2 для любого $\mathfrak{X}$-проектора $H$ группы $G$ существует $N_G^{\tau^*}(H)$.

Обозначим $K = N_G^{\tau^*}(H)$. Очевидно, что $K \in \mathfrak{X}^{\tau^*}$. Пусть $K \subseteq L \subseteq G$ и $L \in \mathfrak{X}^{\tau^*}$. Так как $G \in \mathfrak{S}^{\pi}$ и $\mathfrak{X}$ – $\pi$-класс Шунка, из $H \subseteq L$ следует, что $H$ является $\mathfrak{X}$-проектором подгруппы $L$. Значит, $H \in \tau^*(L)$. По определению 1.1 $L \subseteq K$. Следовательно, $K = L$ и $K$ является максимальной $\mathfrak{X}^{\tau^*}$-подгруппой группы $G$.

Пусть $N$ – произвольная нормальная подгруппа группы $G$. По теореме 2.3

$$N_{G/N}^{\tau^*}(HN/N) = KN/N.$$

Отсюда и по доказанному выше следует, что $KN/N$ – максимальная $\mathfrak{X}^{\tau^*}$-подгруппа группы $G/N$. Значит, $K$ является $\mathfrak{X}^{\tau^*}$-проектором группы $G$.

Тогда из $K \cdot \mathrm{Core}_G(M) = G$ для любой максимальной подгруппы $M$ из $G$ вытекает, что $G = K \in \mathfrak{X}^{\tau^*}$. Итак, $\mathfrak{X}^{\tau^*}$ – класс Шунка.

Покажем, что $\mathfrak{X}^{\tau^*}$ является $\pi$-классом. Пусть $G/O_{\pi'}(G) \in \mathfrak{X}^{\tau^*}$. Возьмем произвольный $\mathfrak{X}$-проектор $H$ группы $G$. Тогда $HO_{\pi'}(G)/O_{\pi'}(G)$ является $\mathfrak{X}$-проектором факторгруппы $G/O_{\pi'}(G)$. Так как $G/O_{\pi'}(G) \in \mathfrak{X}^{\tau^*}$, то

$$HO_{\pi'}(G)/O_{\pi'}(G) \in \tau^*(G/O_{\pi'}(G)).$$

Поскольку $HO_{\pi'}(G)/O_{\pi'}(G) \in \mathfrak{X}$ и

$$O_{\pi'}(G) \subseteq O_{\pi'}(HO_{\pi'}(G)),$$

получаем, что

$$HO_{\pi'}(G)/O_{\pi'}(HO_{\pi'}(G)) \cong$$
$$\cong HO_{\pi'}(G)/O_{\pi'}(G)/O_{\pi'}(HO_{\pi'}(G))/O_{\pi'}(G) \in \mathfrak{X}.$$

Так как $\mathfrak{X}$ – $\pi$-класс, то $HO_{\pi'}(G) \in \mathfrak{X}$. Из того, что $H$ – $\mathfrak{X}$-проектор в $G$, следует равенство $H = HO_{\pi'}(G)$. Тогда $H/O_{\pi'}(G) \in \tau^*(G/O_{\pi'}(G))$. Функтор $\tau^*$ является регулярным, поэтому $H \in \tau^*(G)$. Это означает, что $G \in \mathfrak{X}^{\tau^*}$ и $\mathfrak{X}^{\tau^*}$ является $\pi$-классом.

Утверждение 2) теоремы следует из доказательства утверждения 1). Теорема доказана.

***Заключение***

В работе указан способ построения в π-разрешимых группах π-классов Шунка с использованием π-разрешимых нормализаторных подгрупповых функторов.

Отметим, что для подгруппового функтора $\tau = Sn$ и $\pi$-класса Шунка $\mathfrak{X}$ в классе $\pi$-разрешимых групп $N(\mathfrak{X}) \subseteq \mathfrak{X}^{\tau^*}$, где $N(\mathfrak{X}) = (G \in \mathfrak{S}^{\pi} \mid N_G(H) = G$ для любого $\mathfrak{X}$-проектора $H$ группы $G$). Заметим, что $\mathfrak{X}^{\tau^*} \neq N(\mathfrak{X})$. Например, если $\pi = \mathbb{P}$ – множество всех простых чисел, $\mathfrak{X} = \mathfrak{N}_3$ – класс всех 3-групп и $G = S_4$ – симметрическая группа степени 4, то силовская 3-подгруппа $H$ из $G$ является $\mathfrak{X}$-проектором в $G$, причем $N_G(H) \neq G = N_G^{\tau^*}(H)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Скиба*, *А.Н.* Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Мн. : Беларуская навука, 1997. – 240 с.

2. *Каморников*, *С.Ф.* Подгрупповые функторы и классы конечных групп / С.Ф. Каморников, М.В. Селькин. – Мн. : Бел. навука, 2003. – 254 с.

3. *Васильев*, *А.Ф.* Нормализаторные подгрупповые функторы конечных групп / А.Ф. Васильев, Т.И. Васильева // Вестник БГУ. Серия 1. – 2006. – № 1. – С. 92–96.

4. *Mann*, *A.* On subgroups of finite soluble groups III / A. Mann // Israel J. Math. – 1973. – Vol. 16. – № 4. – P. 446–451.

5. *Шеметков*, *Л.А.* Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М. : Наука, 1978. – 272 с.

6. *Doerk*, *K.* Finite Soluble Groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin-New York : Walter de Gruyter, 1992. – 892 p.

7. *Carter*, *R.W.* Nilpotent self-normalizing subgroups and system normalizers / R.W. Carter // Proc. London Math. Soc. – 1962. – Vol. 3, № 12. – P. 535–563.

*Поступила в редакцию 09.04.14.*